

# Étude théorique et expérimentale de fluxmètres à «gradient transversal» pour la thermique du bâtiment

Jean-Marie Devisme \*, Thierry Langlet, Omar Douzane, Jean-Marc Roucoult, Michèle Quéneudec

Laboratoire des Transferts et Réactivité dans les Milieux Condensés, Université de Picardie Jules Verne, IUT Génie Civil,  
 Avenue des Facultés, 80025 Amiens cedex 1, France

(Reçu le 29 avril 1999, accepté le 15 mars 2000)

**Résumé**—Les auteurs rappellent l'intérêt des fluxmètres pour la métrologie thermique. Ils présentent deux sortes de fluxmètres de type à «gradient transversal» dont ils donnent la description, la conception et la nature des matériaux constitutifs. Ils indiquent également la façon de mesurer leurs caractéristiques thermoélectriques et thermiques. Pour la mesure du flux, se posent deux principaux problèmes : les fluxmètres apportent par leur présence même une perturbation ; leur étalonnage étant effectué en régime permanent, il est nécessaire d'apporter une correction à leurs indications en régime variable. Dans ce texte sont apportées des solutions en proposant un modèle théorique simplifié consistant à assimiler un fluxmètre à une paroi homogène de même résistance thermique et de même capacité calorifique que le détecteur de flux lui-même. L'analyse des résultats expérimentaux obtenus avec un signal sinusoïdal montre que le modèle retenu s'avère suffisant. Les résultats présentés permettent aussi d'orienter le choix du matériau à adopter pour construire la partie centrale d'une paroi fluxmétrique. © 2001 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

chaleur / fluxmètre / matériau / mesure / paroi / perturbation / signal / sinusoïdal

**Abstract**—Theoretical and experimental study of heat flowmeters of “transverse gradient” type for thermal measurements in building. Authors remind the interest of heat flowmeters for the thermal metrology. They present two sorts of heat flowmeters of “transverse gradient” type. For each of these thermal “amperemeters”, they give the description, the conception and the nature of constitutive materials. They also indicate the way to measure their thermoelectrical and thermal characteristics. Two main problems are found in the measure of the heat flow: the heat flowmeters cause a perturbation; their calibration being undertaken in steady state, it is necessary to make a correction to their indications in variable state. In this article, solutions are brought by proposing a simplified theoretical model that consists in assimilating a heat flowmeter to a homogeneous layer with similar thermal resistance and similar heat capacity as the heat sensor itself. The analysis of experimental results obtained with a sinusoidal signal shows that the selected model proves to be sufficient. The results presented in this paper also allow choosing the proper material in order to assemble the core of a heat flowmeter. © 2001 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

heat / heat flowmeter / material / measure / perturbation / signal / sinusoidal / wall

## Nomenclature

		$E$	force électromotrice délivrée par un fluxmètre . . . . .	V
$A$	amortissement du signal sinusoïdal	$[J], [j], [j']$	matrices unilignes d'indication	
$a$	diffusivité thermique de la paroi homogène . . . . .	$i$	nombre imaginaire pur	
$a'$	diffusivité thermique équivalente du fluxmètre . . . . .	$K$	coefficient d'étalonnage du fluxmètre . . . . .	$V \cdot W^{-1}$
$b$	effusivité thermique de la couche homogène . . . . .	$[M], [m], [m']$	matrices caractéristiques du fluxmètre	
$b'$	effusivité thermique équivalente du fluxmètre . . . . .	$[M]^{-1}, [m]^{-1}, [m']^{-1}$	matrices de transfert du fluxmètre	
$e$	épaisseur de la paroi homogène .	$n$	rang d'une harmonique	
		$P$	période de la sollicitation sinusoïdale . . . . .	s
		$Q$	quantité de chaleur emmagasinée dans le carré central du fluxmètre	J
		$R'$	résistance thermique du fluxmètre	$K \cdot W^{-1}$

\* Correspondance et tirés à part.

E-mail address: Omar.Douzane@u-picardie.fr (O. Douzane).

$s$	aire du carré central fluxmétrique	$m^2$
$S'$	capacité calorifique du fluxmètre	$J \cdot K^{-1}$
$t$	temps . . . . .	s
$T_f$	température du fluxmètre à l'état final isotherme . . . . .	K
$T_i$	température du fluxmètre à l'état initial isotherme . . . . .	K
$\Delta T$	écart de température entre les deux faces du fluxmètre . . . . .	K
$x$	abscisse . . . . .	m
$z, z', y'$	grandeurs adimensionnées	

#### Symboles grecs

$\alpha$	inverse d'une constante de temps	$s^{-1}$
$\varepsilon$	épaisseur du fluxmètre . . . . .	m
$\lambda$	conductivité thermique de la paroi homogène . . . . .	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
$\lambda'$	conductivité thermique équivalente du fluxmètre . . . . .	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
$\phi_{cc}$	flux de chaleur traversant le carré central du fluxmètre . . . . .	W
$\phi$	composante variable du flux . . .	W
$ \phi $	amplitude de $\phi$ . . . . .	W
$\theta$	composante variable de la température . . . . .	K
$ \theta $	amplitude de $\theta$ . . . . .	K
$\rho'$	masse volumique du fluxmètre . .	$kg \cdot m^{-3}$
$\tau$	constante de temps de la sollicitation	s
$\tau'$	temps caractéristique du fluxmètre	s
$\omega, \omega'_1$	déphasage	

#### Indices

e	face d'entrée du fluxmètre
i	indication d'un fluxmètre
s	face de sortie du fluxmètre
cc	carré central du fluxmètre ( $1/16 m^2$ )

## 1. INTRODUCTION

Les fluxmètres thermiques présentent un grand intérêt pour la métrologie et tout particulièrement en thermique du bâtiment. Dans ce domaine, ils permettent la mesure directe des déperditions thermiques des murs et celle de leur capacité calorifique.

Les fluxmètres que nous avons réalisés et étudiés sont de type à « gradient transversal ». Le principe de la méthode utilisée consiste à relever le gradient transversal auquel est soumise une paroi auxiliaire traversée par un flux de chaleur. Les premiers fluxmètres de ce type ont été

réalisés au CEBTP<sup>1</sup> à Paris à la fin des années 1950. Quelques études ont été effectuées sur ce sujet (Malone [1]; Baines [2]). Des travaux ont ensuite été poursuivis sur ces détecteurs au CEBTP (Maréchal et Devisme [3]) puis dans notre laboratoire à Amiens (Devisme et Maréchal [4]; Langlet [5]; Langlet et al. [6]).

Lorsqu'on étudie les fluxmètres thermiques, on rencontre deux principaux problèmes :

- la perturbation introduite par leur présence,
- la validité de leur indication en régime variable.

Avec le présent travail, les auteurs précisent et prolongent les études entreprises précédemment. Ils insistent tout particulièrement sur la validité des indications de ces détecteurs de flux soumis à une sollicitation sinusoïdale.

Nous allons d'abord décrire succinctement puis déterminer les caractéristiques des deux sortes de fluxmètres que nous avons réalisés. Nous étudierons ensuite leur comportement en régime variable en adoptant un modèle théorique simplifié. Nous présenterons enfin les résultats de notre étude expérimentale avec un signal sinusoïdal, contribuant ainsi à valider le modèle retenu.

## 2. FLUXMÈTRES ÉTUDIÉS

### 2.1. Description des fluxmètres

Dans notre Laboratoire, nous avons réalisé deux sortes de fluxmètres à « gradient transversal ». Leur configuration géométrique est une mince paroi plane ayant la forme d'un carré de 50 cm de côté. La zone fluxmétrique est le carré central de 25 cm de côté.

Dans la direction de l'épaisseur de ces fluxmètres, la partie médiane est constituée d'une âme mince de part et d'autre de laquelle sont disposées les soudures d'un circuit thermoélectrique en cuivre et en constantan. Ces thermocouples détectent et amplifient l'écart de température existant aux bornes du feuillet traversé par le flux thermique à mesurer. L'âme munie de ses thermocouples est recouverte sur ses deux faces par une mince couche isolante protectrice. Sur chacune des faces de cet ensemble est collée une fine couche métallique pour que le coefficient d'étalonnage du capteur soit pratiquement insensible à la nature du matériau en contact (Langlet [5]; Langlet et al. [6]).

<sup>1</sup> Centre Expérimental du Bâtiment et Travaux Publics.

**Fluxmètres 1 :** l'âme est constituée par une feuille en latex d'épaisseur 0,5 mm. La zone fluxmétrique centrale renferme 72 thermocouples différentiels. La couche isolante est constituée par un adhésif d'épaisseur 0,25 mm environ.

**Fluxmètres 2 :** l'âme est constituée principalement par une feuille de polystyrène renforcée par un canevas formé de lattes de matériau phénoplaste ayant 5 mm de largeur et 0,5 mm d'épaisseur et disposées sur chacune de ses faces. Cet ensemble placé sous presse est ramené à 1,3 mm d'épaisseur environ puis est protégé sur chacune de ses faces par un adhésif plastifié d'épaisseur 0,1 mm environ. Le circuit thermoélectrique est identique à celui des fluxmètres 1.

## 2.2. Caractéristiques des fluxmètres

Les conclusions des paragraphes 3 et 4 nous permettent d'assimiler les fluxmètres à une paroi homogène de caractéristiques :

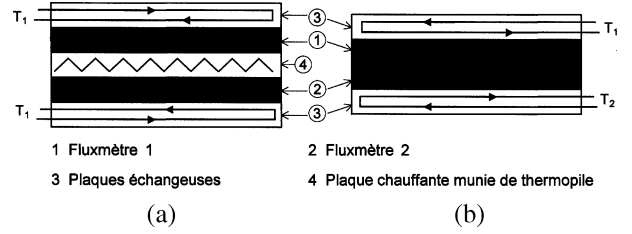
- $\varepsilon$  : épaisseur,
- $s$  : aire du carré central fluxmétrique,
- $\rho'$  : masse volumique,
- $R' = \varepsilon/(\lambda's)$  : résistance thermique,
- $S' = \rho'c'\varepsilon s$  : capacité calorifique.

### 2.2.1. Caractéristiques thermoélectriques

Rappelons d'abord les grandes lignes de la procédure d'étalonnage en régime permanent par la méthode de « la plaque chaude gardée » (Norme [7] ; Devisme et al. [8]). Les fluxmètres ont une géométrie adaptée à celle de la plaque chauffante, des échantillons et des plaques échangeuses qui sont des parallélépipèdes à base carrée de 50 cm de côté. Dans la plaque chauffante est dissipé par effet Joule un flux de chaleur qui se répartit dans les trois zones suivantes :

- une zone centrale, dite carré central (CC), de 25 cm de côté correspondant à la surface de mesure,
- une première zone de garde, dite premier anneau de garde (AG1),
- une deuxième zone de garde, dite deuxième anneau de garde de surchauffe de bord (AG2).

La première zone de garde et la zone centrale sont parcourues par la même intensité de courant électrique. La zone de surchauffe de bord, indépendante électriquement des autres zones, est destinée à redresser les isothermes



**Figure 1.** Description des deux opérations d'étalonnage.  
**Figure 1.** Description of the two operations of calibration.

de la plaque chauffante pour s'assurer que le flux traversant les fluxmètres et les échantillons est unidirectionnel. Dans ce cas, le flux  $\phi_{cc}$  dissipé dans le carré central de la plaque chauffante est le même que celui traversant le carré central des fluxmètres et des échantillons. Le contrôle des isothermes est obtenu par des thermopiles constituées de vingt thermocouples différentiels montés en série. Ces thermopiles mesurent le déséquilibre thermique éventuel amplifié vingt fois ( $20\varepsilon\theta$ ) entre la zone centrale et celle de la garde.

Soit  $E$  la force électromotrice délivrée par un fluxmètre dont le carré central est traversé par le flux thermique  $\phi_{cc}$ . La conception et le principe de fonctionnement d'un tel détecteur permettent de poser :

$$E = K\phi_{cc} \quad (1)$$

La détermination des coefficients d'étalonnage  $K$  et  $K'$  de deux fluxmètres de la même sorte s'effectue en deux opérations décrites sur la figure 1.

**Opération n° 1.** Chaque fluxmètre est placé de part et d'autre de la plaque chauffante et le tout est disposé entre deux plaques échangeuses portées à la même température (figure 1(a)). Lorsque les thermopiles de la plaque chauffante délivrent une tension électrique  $20\varepsilon\theta$  voisine de zéro, le flux  $\phi_{cc}$  émis dans le carré central vérifie, en régime permanent, la relation :

$$\phi_{cc} = \phi + \phi' = \frac{E}{K} + \frac{E'}{K'} \quad (2)$$

**Opération n° 2.** Les deux fluxmètres sont en contact et placés entre deux plaques échangeuses portées à des températures différentes (figure 1(b)). Lorsque le régime permanent est atteint, c'est le même flux  $\phi_{cc}^*$  qui traverse la zone centrale de mesure des deux fluxmètres. On a alors :

$$\phi_{cc}^* = \frac{E^*}{K} = \frac{E'^*}{K'}$$

soit :

$$\frac{K}{K'} = \frac{E^*}{E^{*'}} \quad (3)$$

Des relations (2) et (3), on déduit :

$$K = \frac{1}{\phi_{cc}} \left( E + E' \frac{E^*}{E^{*'}} \right) \quad \text{et} \quad K' = \frac{1}{\phi_{cc}} \left( E \frac{E^{*'}}{E^*} + E' \right)$$

Pour les deux sortes de fluxmètres utilisés, on vérifie que le rapport  $E/\phi_{cc}$  est constant. La relation (1) est donc bien linéaire.

### 2.2.2. Résistance thermique

La résistance thermique  $R'$  d'un fluxmètre se définit en régime permanent par la relation :

$$R' = \frac{\Delta T}{\phi_{cc}}$$

$\Delta T$  étant l'écart de température entre les deux faces du fluxmètre et  $\phi_{cc}$  le flux de chaleur qui traverse le carré central du fluxmètre. Sur le plan expérimental, pour avoir plus de précision, on superpose plusieurs fluxmètres identiques et on procède à la mesure de  $nR'$  avec le dispositif de la plaque chaude gardée (Norme [7]; Devisme et al. [8]).

### 2.2.3. Capacité calorifique

La capacité calorifique  $S'$  d'un fluxmètre se définit par la relation :

$$S' = \frac{Q_i^f}{T_f - T_i}$$

$Q_i^f$  représentant la quantité de chaleur algébrique emmagasinée dans le carré central du fluxmètre quand celui-ci passe de l'état initial isotherme de niveau  $T_i$  à celui final isotherme de niveau  $T_f$ .

Sur le plan expérimental, comme lors de la détermination de  $R'$ , pour avoir plus de précision on superpose plusieurs fluxmètres identiques sur lesquels on exerce l'échelon de température  $T_f - T_i$ .

Si on dispose de  $n$  fluxmètres, l'intégration de la courbe des flux entrants dans  $n - 1$  fluxmètres délivrés par les deux capteurs extrêmes fournit la quantité de chaleur  $Q_i^f$  cherchée.

### 2.2.4. Résultats numériques

Les valeurs des caractéristiques des deux sortes de fluxmètres étudiés sont reportées dans le *tableau 1*.

TABLEAU I / TABLE I  
Valeurs des caractéristiques des deux sortes de fluxmètres.  
Values of the thermophysical characteristics of the two heat flowmeters.

Numéro de la sorte du fluxmètre	1	2
$K$ ( $\mu\text{V}\cdot\text{W}^{-1}$ )	80	400
$R'$ ( $\text{K}\cdot\text{W}^{-1}$ )	0,13	0,60
$S'$ ( $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$ )	170	68
$\tau'$ (s)	22	41,5
$b'$ ( $\text{J}\cdot\text{s}^{-1/2}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ )	578	170

Pour chacune d'elle, nous avons joint la valeur du temps caractéristique  $\tau' = R'S'$  et celle de l'effusivité équivalente

$$b' = \frac{1}{s} \sqrt{\frac{S'}{R'}}$$

Les résultats numériques sont donnés pour la surface active d'aire  $s = 1/16 \text{ m}^2$ . Ils sont donc relatifs au carré central.

## 3. ÉTUDE THÉORIQUE DU COMPORTEMENT DES FLUXMÈTRES EN RÉGIME VARIABLE

### 3.1. Problèmes posés par l'utilisation des fluxmètres en régime variable

L'utilisation de fluxmètres thermiques en régime variable pose deux problèmes principaux :

(1) intercalés dans un circuit thermique, par exemple entre deux couches constituant un mur, ces détecteurs apportent par leur présence même une *perturbation*. En effet, ils modifient les caractéristiques thermiques du système dans lequel ils sont placés et altèrent ainsi la valeur du flux, grandeur à mesurer ;

(2) leur étalonnage étant effectué en régime permanent, il est nécessaire d'apporter une *correction* à leurs indications en régime variable.

Pour résoudre ces difficultés, nous avons été amenés à effectuer les deux hypothèses simplificatrices suivantes qui trouveront leur justification lors de l'étude expérimentale :

*Hypothèse 1* : un fluxmètre apporte une perturbation identique à celle créée par une paroi homogène ayant même résistance thermique et même capacité calorifique.

*Hypothèse 2* : l'indication délivrée par ce détecteur correspond au flux instantané qui traverse le plan médian de la paroi équivalente dont il est question dans l'hypothèse 1.

Avec ces deux hypothèses nous assimilons un fluxmètre à une paroi homogène ayant pour caractéristiques thermiques  $R'$  et  $S'$  déterminées au paragraphe 2.

De ce fait, il faut résoudre le problème du multicouche obtenu en disposant la couche homogène assimilée au fluxmètre contre la paroi traversée par le flux à mesurer.

### 3.2. Solutions présentées sous forme matricielle

Nous avons montré (Devisme [9]) que le problème cherché pouvait être traité de façon concise en considérant uniquement le transfert de chaleur dans la couche homogène représentant un fluxmètre.

Nous allons donner les résultats théoriques obtenus avec cette dernière façon de procéder. En notant  $\theta$  (respectivement  $\phi$ ) la composante variable de la température (respectivement du flux), on montre que la relation qui lie les grandeurs  $\theta_s(t)$  et  $\phi_s(t)$  sur la face de sortie à celles  $\theta_e(t)$  et  $\phi_e(t)$  sur la face d'entrée est linéaire lorsque la sollicitation thermique est de type  $A \exp(\alpha t)$ . En adoptant la notation matricielle, nous pouvons écrire :

$$\begin{bmatrix} \theta_s \\ \phi_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \theta_e \\ \phi_e \end{bmatrix}$$

$$\phi_i = [J_1 \quad J_2] \times \begin{bmatrix} \theta_e \\ \phi_e \end{bmatrix}$$

avec

$$M_{11} = M_{22} = \cosh \sqrt{\frac{\alpha}{a'}} \varepsilon$$

$$M_{12} = -R' \frac{\sinh \sqrt{\frac{\alpha}{a'}} \varepsilon}{\sqrt{\frac{\alpha}{a'}} \varepsilon}$$

$$M_{21} = -\frac{1}{R'} \sqrt{\frac{\alpha}{a'}} \varepsilon \sinh \sqrt{\frac{\alpha}{a'}} \varepsilon$$

$$J_1 = -\frac{1}{R'} \sqrt{\frac{\alpha}{a'}} \varepsilon \sinh \sqrt{\frac{\alpha}{a'}} \frac{\varepsilon}{2}$$

$$J_2 = \cosh \sqrt{\frac{\alpha}{a'}} \frac{\varepsilon}{2}$$

La matrice carrée  $[M]$  et son inverse  $[M]^{-1}$  sont respectivement la matrice caractéristique et la matrice de transfert du fluxmètre. La matrice uniligne d'indication  $[J]$  relie

le flux indiqué  $\phi_i$  traversant le plan médian du fluxmètre, aux grandeurs de sortie  $\theta_s$  et  $\phi_s$ .

#### 3.2.1. Cas d'une sollicitation exponentielle décroissante

La considération de la sollicitation exponentielle décroissante présente beaucoup d'intérêt en thermique. En effet, l'application d'une sollicitation échelon dans une zone  $\Sigma$  d'un corps solide  $\zeta$  engendre dans  $\zeta$  ailleurs que dans  $\Sigma$ ) une évolution du champ thermique pouvant s'écrire à l'aide d'une série de termes exponentiels. En posant  $\alpha = -1/\tau$  l'inverse de la constante de temps de l'exponentielle et  $y' = \sqrt{\tau'/\tau}$ , les coefficients de la matrice  $[M]$  s'écrivent :

$$m_{11} = m_{22} = \cos y'$$

$$m_{12} = -R' \frac{\sin y'}{y'}$$

$$m_{21} = \frac{y' \sin y'}{R'}$$

$$j_1 = \frac{y' \sin(y'/2)}{R'}$$

$$j_2 = \cos \frac{y'}{2}$$

La constante de temps  $\tau$  de la sollicitation est généralement très grande devant le temps caractéristique  $\tau' = R'S'$  du fluxmètre. En pratique  $\tau$  est de l'ordre de 25 h et  $\tau'$  de l'ordre de 30 s. De ce fait,  $y' = \sqrt{\tau'/\tau} = \sqrt{30/90000} = 0,018$  est très petit devant 1 et on peut prendre les valeurs approchées  $\cos y' \approx 1$  et  $\sin y' \approx y'$  correspondant aux développements limités au premier ordre. L'erreur relative est de  $y'^2/2 = 1,6 \cdot 10^{-4}$  sur  $\cos y'$  et de  $y'^2/6 = 0,5 \cdot 10^{-4}$  sur  $\sin y'$ . Dans ce cas, les relations liant les grandeurs thermiques peuvent s'écrire sous la forme approchée et particulièrement simple suivante :

$$\theta_s(t) \approx \theta_e(t) - R' \phi_e(t)$$

$$\phi_s(t) \approx \phi_e(t) + \frac{S'}{\tau} \theta_e(t)$$

$$\phi_i(t) \approx \phi_e(t) + \frac{S'}{2\tau} \theta_e(t) = \phi_s(t) - \frac{S'}{2\tau} \theta_s(t)$$

Par conséquent lorsqu'un signal thermique de la forme  $\sum_n A_n \exp(-t/\tau_n)$  traverse un fluxmètre, la correction à apporter à l'indication relative au terme d'ordre  $n$  est d'autant plus faible que la constante de temps de ce terme est grande.

### 3.2.2. Cas d'une sollicitation sinusoïdale

L'étude de la sollicitation sinusoïdale de période  $P$  se déduit de la sollicitation exponentielle complexe obtenue en faisant  $\alpha = i2\pi/P$  avec  $i$  nombre imaginaire pur. Dans ces conditions, en utilisant les expressions complexes de la température et du flux :

$$\tilde{\theta}(t) = |\theta| \exp\left(i \frac{2\pi}{P} t\right)$$

$$\tilde{\phi}(t) = |\phi| \exp\left[i \left(\frac{2\pi}{P} t + \omega\right)\right]$$

et en posant  $z' = \sqrt{\pi} \sqrt{\tau'/P}$ , les coefficients de la matrice s'écrivent :

$$m'_{11} = m'_{22} = \cosh z'(1+i)$$

$$m'_{12} = -R' \frac{\sinh z'(1+i)}{z'(1+i)}$$

$$m'_{21} = -\frac{z'(1+i) \sinh z'(1+i)}{R'}$$

$$j'_1 = \frac{-z'(1+i) \sinh(z'/2)(1+i)}{R'}$$

$$j'_2 = \cosh \frac{z'}{2} (1+i)$$

La période  $P$  de la sollicitation est généralement très grande devant le temps caractéristique  $\tau' = R'S'$  du fluxmètre. En pratique  $P$  est très souvent égal à 1 journée (84 600 s) et  $\tau$  de l'ordre de 30 s. De ce fait,  $z' = \sqrt{\pi} \sqrt{\tau'/P} = \sqrt{3,14} \sqrt{30/86400} = 0,033$  est très petit devant 1 et on peut prendre les valeurs approchées :

$$\cosh z'(1+i) \approx 1, \quad \sinh z'(1+i) \approx z'(1+i)$$

correspondant aux développements limités au premier ordre. L'erreur relative est  $z'^2 = 3,3^2 \cdot 10^{-4} \approx 10^{-3}$  sur  $\cosh z'(1+i)$  et de  $z'^2/3 = 10^{-3}/3 = 0,3 \cdot 10^{-3}$  sur  $\sinh z'(1+i)$ . Nous pouvons alors écrire les expressions approchées suivantes :

$$\tilde{\theta}_s(t) \approx \tilde{\theta}_e(t) - R' \tilde{\phi}_e(t)$$

$$\tilde{\phi}_s(t) \approx \tilde{\phi}_e(t) - i2\pi \frac{S'}{P} \tilde{\theta}_e(t) \quad \text{et}$$

$$\tilde{\phi}_i(t) \approx \tilde{\phi}_e(t) - i\pi \frac{S'}{P} \tilde{\theta}_e(t) = \tilde{\phi}_s(t) + i\pi \frac{S'}{P} \tilde{\theta}_s(t)$$

Lorsqu'un signal thermique périodique traverse un fluxmètre, la correction à apporter à l'indication relative à l'harmonique de rang  $n$  est d'autant plus faible que la période de cette harmonique est grande.

L'étude ci-dessus concerne le transfert conductif à travers le fluxmètre. A la surface de ce dernier en contact avec l'air ambiant, il peut y avoir une perturbation causée par les échanges par rayonnement. Comme il est indiqué dans un autre travail (Lassue [10]), il faut alors adapter l'émissivité de la surface du capteur à celle de la surface de la paroi sur laquelle est fixé notre capteur de flux.

## 4. VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE DU MODÈLE THÉORIQUE DANS LE CAS DU FLUXMÈTRE SOUMIS À UNE SOLLICITATION SINUSOÏDALE

Dans un travail antérieur (Devisme et Maréchal [4]), nous avons présenté la vérification expérimentale dans le cas de la sollicitation échelon de température et dans un cas particulier de la sollicitation sinusoïdale. Il est bien connu que l'étude de cette dernière sollicitation conduit à celle du signal périodique, d'où son intérêt et pourquoi nous y apportons un supplément d'étude.

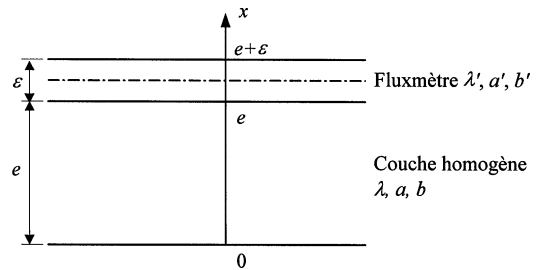
### 4.1. Problème et sa réponse théorique

L'étude théorique est effectuée dans le cas d'un fluxmètre en contact avec une couche homogène soumise à une sollicitation thermique sinusoïdale (figure 2). Le problème considéré résulte de la superposition du cas élémentaire 1, signal antisymétrique pour lequel :

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2}$$

$$\theta_1(0, t) = 0 \quad \forall t$$

$$\phi_1(0, t) = \phi(0, t) \quad \text{fonction sinusoïdale de période } P$$



**Figure 2.** Schéma dans le cas d'une sollicitation sinusoïdale.  
**Figure 2.** Diagram in the case of a sinusoidal solicitation.

et du cas élémentaire 2, signal symétrique pour lequel :

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2}$$

$$\phi_2(0, t) = 0 \quad \forall t$$

$$\theta_2(0, t) = \theta(0, t) \quad \text{fonction sinusoïdale de période } P$$

On a alors :

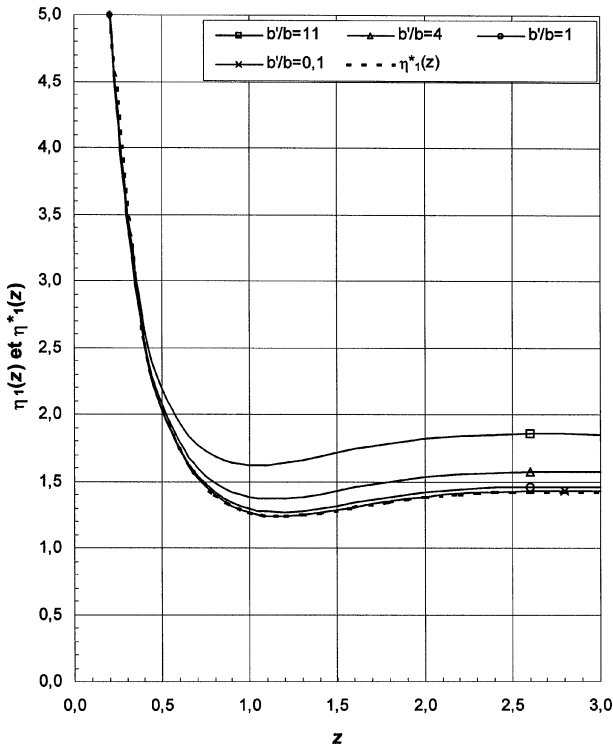
$$\theta(e, t) = \theta_1(e, t) + (\theta_2)(e, t)$$

$$\phi(e, t) = \phi_1(e, t) + \phi_2(e, t) \quad \text{et}$$

$$\phi_i(t) = \phi_1\left(e + \frac{\varepsilon}{2}, t\right) + \phi_2\left(e + \frac{\varepsilon}{2}, t\right)$$

Nous avons déjà étudié et vérifié expérimentalement le cas élémentaire 2 et ébauché le cas élémentaire 1 (Devisme et Maréchal [4]). C'est pourquoi, nous allons ici compléter l'étude du cas élémentaire 1 et présenter celle de sa variante 1'. Dans la suite, nous poserons :

$$z = e \sqrt{\frac{\pi}{aP}} \quad \text{et} \quad z' = \varepsilon \sqrt{\frac{\pi}{a'P}} = \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{\tau'}{P}}$$



**Figure 3.**  $z' = 0.05$ . Courbe  $\eta_1^*(z)$  et courbes  $\eta_1(z)$  pour  $b'/b = 11, 4, 1, 0, 1$ .

**Figure 3.**  $z' = 0.05$ . Curve  $\eta_1^*(z)$  and curves  $\eta_1(z)$  for  $b'/b = 11, 4, 1, 0, 1$ .

#### 4.1.1. Étude du cas élémentaire 1

La résolution du problème élémentaire 1 conduit en régime établi aux expressions suivantes :

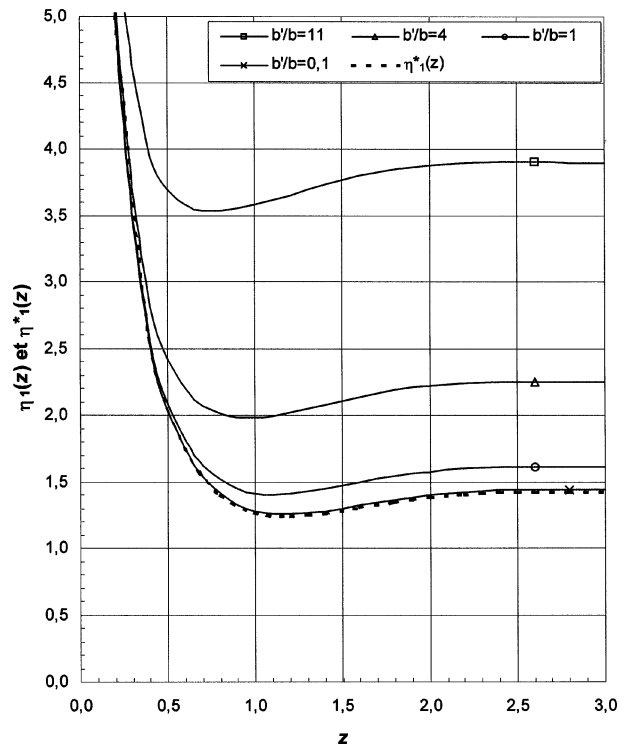
$$|\phi_1(e, t)| = k \eta_1^* |\theta_1(e, t)|$$

$$\left| \phi_1\left(e + \frac{\varepsilon}{2}, t\right) \right| = k \eta_1 |\theta_1(e, t)| \quad \text{avec } k = sb \sqrt{\frac{\pi}{P}}$$

$|\theta|$  et  $|\phi|$  indiquent qu'il s'agit de l'amplitude de  $\theta$  et de  $\phi$ .

La grandeur  $\eta_1^*$  relative à l'amplitude du flux et à celle de la température au niveau de la face  $x = e$  de la couche en contact avec le fluxmètre est fonction de la quantité  $z$  seule. Par contre la grandeur  $\eta_1$  relative à l'amplitude du flux traversant le plan médian du fluxmètre et à celle de la température sur la face  $x = e$  est fonction des quantités  $z$ ,  $z'$  et  $b'/b$ .

Sur la figure 3 (respectivement 4) nous donnons pour  $z' = 0,05$  (respectivement  $z' = 0,25$ ) la représentation graphique de la fonction  $\eta_1(z)$  pour quelques valeurs du rapport  $b'/b$  des effusivités ainsi que celle de la



**Figure 4.**  $z' = 0.25$ . Courbe  $\eta_1^*(z)$  et courbes  $\eta_1(z)$  pour  $b'/b = 11, 4, 1, 0, 1$ .

**Figure 4.**  $z' = 0.25$ . Curve  $\eta_1^*(z)$  and curves  $\eta_1(z)$  for  $b'/b = 11, 4, 1, 0, 1$ .

fonction  $\eta_1^*(z)$ . On peut remarquer qu'au dessus de la courbe  $\eta_1^*(z)$  se situent les courbes  $\eta_1(z)$  relatives aux différentes valeurs de  $b'/b$ . Ces courbes se rangent par valeurs croissantes du rapport  $b'/b$  à partir de la courbe  $\eta_1^*(z)$ . L'écart entre chacune d'elles est d'autant plus grand que le paramètre  $z'$  est grand.

#### 4.1.2. Étude de la variante 1' du cas élémentaire 1

Il s'agit d'étudier, en plus du fluxmètre placé contre la face  $x = e$ , le comportement d'un deuxième fluxmètre placé contre la face  $x = 0$ . L'ensemble correspondant à la variante 1' est décrit sur la *figure 5*. Le problème 1' à résoudre est le suivant

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$$

$$\theta(0, t) = 0 \quad \forall t$$

$$\theta(e + 2\varepsilon, t) \text{ fonction sinusoïdale de période } P$$

La résolution de ce problème conduit en régime établi aux expressions suivantes :

$$\phi\left(e + \frac{3}{2}\varepsilon, t\right) = \phi'_{1m} \sin \frac{2\pi}{P}t$$

$$\phi\left(\frac{\varepsilon}{2}, t\right) = A'_1 \phi'_{1m} \sin\left(\frac{2\pi}{P}t - \omega'_1\right)$$

On a donc :

$$\frac{|\phi(\varepsilon/2, t)|}{|\phi(e + 3\varepsilon/2, t)|} = A'_1$$

Cette grandeur  $A'_1$  est fonction des quantités  $z$ ,  $z'$  et  $b'/b$ . Si la couche homogène n'était pas munie de ses deux fluxmètres, le rapport  $A_1^*$  de l'amplitude du flux calculé en  $x = 0$  sur l'amplitude de celui calculé en  $x = e$  serait fonction de la quantité  $z$  seule.

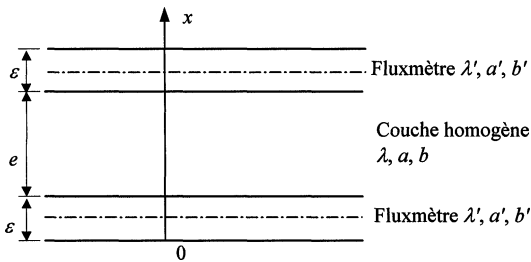


Figure 5. Schéma pour la variante 1' du cas élémentaire 1.

Figure 5. Diagram for the variant 1' of the elementary case 1.

Sur la *figure 6* (respectivement 7), nous donnons pour  $z' = 0,05$  (respectivement  $z' = 0,25$ ) la représentation graphique de la fonction  $A'_1(z)$  pour quelques valeurs du

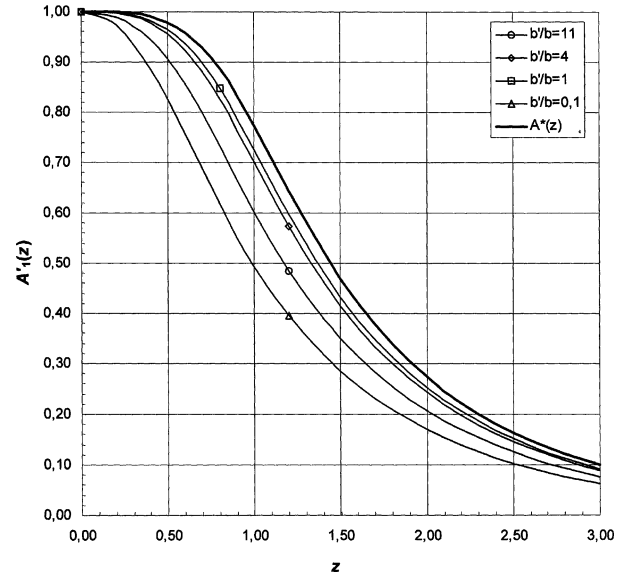


Figure 6.  $z' = 0,05$ . Courbe  $A_1^*(z)$  et courbes  $A'_1(z)$  pour  $b'/b = 11, 4, 1, 0,1$ .

Figure 6.  $z' = 0,05$ . Curve  $A_1^*(z)$  and curves  $A'_1(z)$  for  $b'/b = 11, 4, 1, 0,1$ .

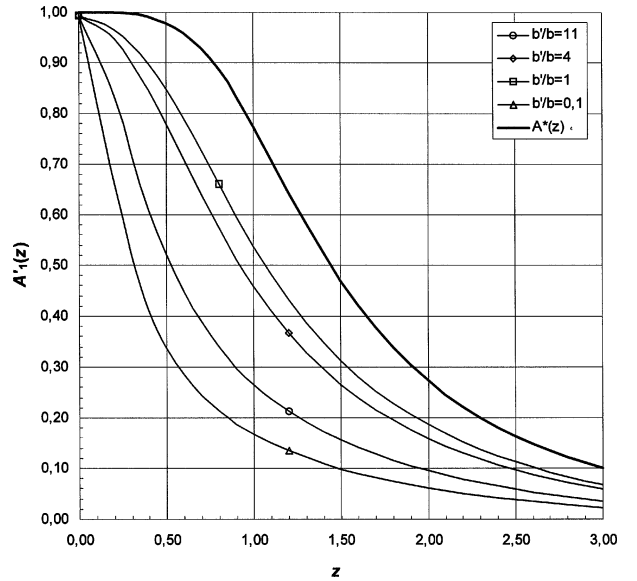


Figure 7.  $z' = 0,25$ . Courbe  $A_1^*(z)$  et courbes  $A'_1(z)$  pour  $b'/b = 11, 4, 1, 0,1$ .

Figure 7.  $z' = 0,25$ . Curve  $A_1^*(z)$  and curves  $A'_1(z)$  for  $b'/b = 11, 4, 1, 0,1$ .



TABLEAU II / TABLE II  
Matériaux utilisés et leurs caractéristiques.  
Used materials and their characteristics.

Matériau	Polystyrène expansé	Néoprène	Béton
$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	15	1420	2300
$a$ (10 <sup>-7</sup> m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	21,5	1,80	8,60
$b$ (J.s <sup>-1/2</sup> .m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> )	28,1	795	1975

rapport  $b'/b$  des effusivités ainsi que celle de la fonction  $A_1^*(z)$ . On peut remarquer qu'au dessous de la courbe  $A_1^*(z)$  et plus spécialement de la courbe  $A_1'(z)$  relative à  $b'/b = 1$  se situent les courbes  $A_1'(z)$  correspondant aux différentes valeurs de  $b'/b \neq 1$ . Ces dernières se rangent par valeurs décroissantes de  $b'/b < 1$  et par valeurs croissantes de  $b'/b > 1$ . L'écart entre chacune d'elles est d'autant plus grand que le paramètre  $z'$  est grand.

## 4.2. Résultats expérimentaux

L'étude expérimentale a été effectuée en se servant du dispositif utilisé antérieurement pour la mesure des caractéristiques thermophysiques des matériaux de construction (Maréchal et Devisme [11] ; Roucoult et al. [12]). Entre les deux plaques chauffantes de ce dispositif, on dispose le bicouche fluxmètre-couche homogène (respectivement le tricouche fluxmètre-couche homogène-fluxmètre) ainsi que son symétrique par rapport au plan  $x = 0$  de la figure 2 (respectivement 5). Avec cette configuration, il suffit de générer dans les deux éléments chauffants des signaux périodiques en opposition de phase pour obtenir la condition  $\theta = 0 \forall t$ . Pour ces expériences les matériaux utilisés sont mentionnés avec leurs caractéristiques dans le tableau II.

## 4.3. Vérification du problème 1 et du problème 1'

Pour le problème 1, les expériences ont été faites avec les fluxmètres 1 (âme en feuille de latex) sur des échantillons de polystyrène expansé et avec les fluxmètres 2 (âme en feuille de polystyrène) sur des échantillons de néoprène. Avec la courbe théorique  $\eta_1^*(z)$  nous présentons sur la figure 8 les résultats expérimentaux  $\eta_1(z)$  ainsi que les valeurs théoriques corrigées correspondantes.

Pour le problème 1' les expériences ont été faites avec les fluxmètres 1 sur des échantillons de polystyrène ex-

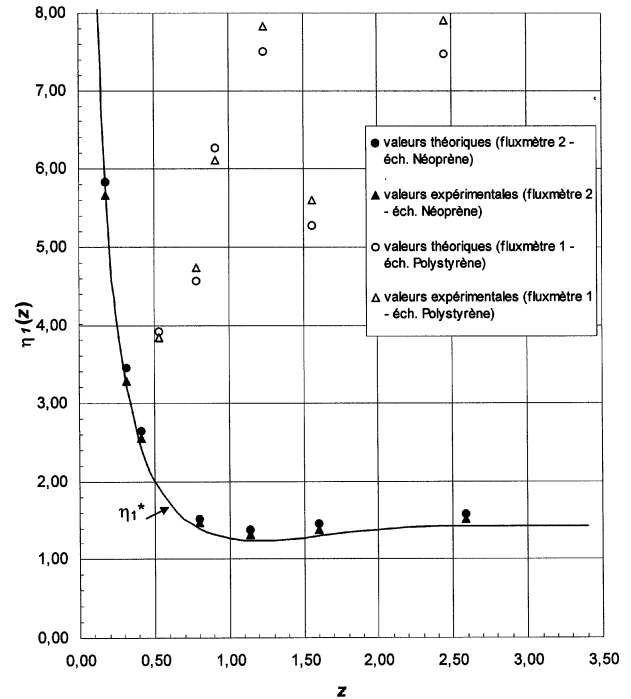


Figure 8. Problème 1.

Figure 8. Problem 1.

pansé, de néoprène et de béton. Avec la courbe théorique  $A_1^*(z)$  nous présentons sur la figure 9 les résultats expérimentaux  $A_1'(z)$  ainsi que les valeurs théoriques corrigées correspondantes.

Dans tous les cas nous notons un assez bon accord entre les valeurs expérimentales et les valeurs corrigées théoriques. Ces constatations montrent que les hypothèses 1 et 2 formulées au paragraphe 3.1 sont vérifiées. Le modèle pour traiter les fluxmètres étudiés se trouve donc justifié.

## 5. CONCLUSION

Dans ce travail, un certain nombre d'essais en régime variable ont été entrepris sur des fluxmètres à « gradient transversal » dont l'âme est réalisée avec des matériaux différents. Ces capteurs de flux ont été placés contre des couches homogènes différentes. Pour ce type de détecteurs, nous avons proposé un modèle simplifié pour résoudre les problèmes rencontrés. Ce modèle trouve sa justification dans la conclusion de notre étude expérimentale.

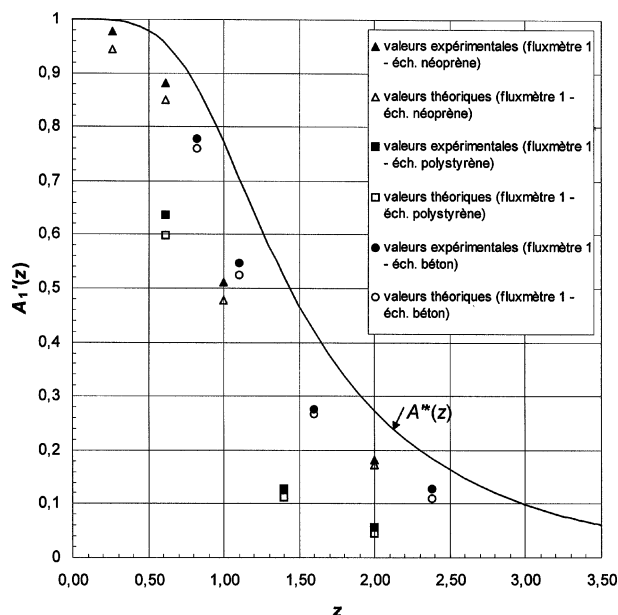


Figure 9. Problème 1'.

Figure 9. Problem 1'.

Depuis une vingtaine d'années ont été fabriqués des fluxmètres à « gradient tangentiel » (Thery et Maréchal [13]; Degenne et al. [14]). A la suite de ce présent travail, nous envisageons de mener une étude pour vérifier sur cet autre type de capteurs la validité du modèle retenu ici.

Un fluxmètre à « gradient transversal » peut être schématisé par une paroi homogène caractérisée en régime variable par deux paramètres choisis parmi les grandeurs suivantes : la résistance thermique  $R'$ , la capacité calorifique  $S'$ , le temps caractéristique  $\tau'$  et l'effusivité thermique  $b'$ . De plus, nous avons vu que l'introduction d'une matrice caractéristique permet de tenir compte de la perturbation introduite par un fluxmètre et celle d'une matrice d'indication de corriger la distorsion du flux délivré.

Les considérations que nous avons développées permettent de donner des orientations de parois fluxmétriques. Pour fabriquer l'âme de ces dernières, on doit choisir un matériau de façon que dans tous les cas le temps caractéristique  $\tau' = R'S'$  soit le plus petit possible. Par ailleurs, nous avons vu que pour le problème 2 étudié antérieurement et que pour le problème 1 traité dans notre présent travail on a intérêt à ce que le rapport  $b'/b$  des effusivités soit inférieur à 1. Par contre, pour le problème 1' il y a avantage à ce que le rapport  $b'/b$  des effusivités soit égal à 1. Les expérimentateurs devraient donc disposer de plusieurs sortes de

fluxmètres adaptées à chaque cas. S'il n'est pas possible de remplir cette difficile condition, nous conseillons de construire une sorte de fluxmètres de résistance thermique  $R'$  faible et d'effusivité  $b' = (1/s)\sqrt{S'/R'}$  la plus faible possible.

En conclusion, c'est surtout la capacité  $S'$  qui doit être faible. C'est pour cette raison que nous avons fabriqué les fluxmètres 2 avec une âme faite en grande partie avec du polystyrène.

## RÉFÉRENCES

- [1] Malone E.W., Design and calibration of thin foil heat flux sensors, in : Proceedings of the 22nd Annual Conference and Exhibition, Instrument Society of America, 1967, pp. 1-7.
- [2] Baines D.G., Selecting unsteady heat flow sensors, Instruments and Control Systems 45 (5) (1972) 80-83.
- [3] Maréchal J.-C., Devisme J.-M., Mesure simultanée de la conductivité et de la diffusivité thermiques, Entropie 64 (1975) 27-34.
- [4] Devisme J.-M., Maréchal J.-C., Contribution aux mesures thermiques dans le bâtiment, Annales Inst. Tech. Bât. Trav. Publ. 369 (1979) 54-70.
- [5] Langlet T., Contribution aux mesures fluxmétriques et à leurs applications pour la thermique du bâtiment, Thèse, Université de Picardie Jules Verne, 1990.
- [6] Langlet T., Roucoult J.-M., Devisme J.-M., Contribution à la mesure fluxmétrique en métrologie thermique du bâtiment, Annales Inst. Tech. Bât. Trav. Publ. 497 (1991) 66-73.
- [7] Norme NFX 10-021, Matériaux faiblement conducteurs, détermination de la conductivité thermique, méthode de la plaque chaude gardée avec échantillons symétriques, 1972.
- [8] Devisme J.-M., Devisme V., Mériaux E., Étude de la pétrographie et de la conductivité thermique de quelques matériaux naturels utilisés en Génie Civil, Annales des mines de Belgique 4 (1976) 353-364.
- [9] Devisme J.-M., Contribution à l'étude du comportement thermique des parois multicouches de bâtiment et à la mesure des caractéristiques des matériaux constitutifs, Thèse de Doctorat d'État, Université Paris 6, 1980.
- [10] Lassue S., Analyse des échanges radiatifs et convectifs à la surface d'une paroi opaque — Application à la commande optimale du système habitat, Thèse, Université des Sciences et Techniques de Lille, 1989.
- [11] Maréchal J.-C., Devisme J.-M., Diffusivité thermique des matériaux de construction. Méthode du signal périodique, Annales Inst. Tech. Bât. Trav. Publ. 357 (1978) 82-91.
- [12] Roucoult J.-M., Langlet T., Devisme J.-M., Détermination simultanée de trois caractéristiques thermophysiques des matériaux de construction par une méthode de régime périodique, Annales Inst. Tech. Bât. Trav. Publ. 482 (1990) 14-23.

[13] Thery P., Maréchal J.-C., Étude et caractérisation d'un nouveau fluxmètre calorifique, J. Phys. Sci. Instrum. 13 (E859) (1980) 860-865.

[14] Degenne M., Magalhaes J.-L., Langlais C., Klarsfeld S., Capteurs fluxmétriques à couches métalliques minces, in : Proceedings of Journées Société Française de Thermiciens, Paris, France, 1988.

### Abridged English version

#### Theoretical and experimental study of heat flowmeters of "transverse gradient" type for thermal measurements in building

In this article, authors present a study of the heat flowmeters of "transverse gradient" type. They specify the interest of these sensors for the thermal metrology and especially for thermal measurements in building. In this last case, they allow, for example, the direct measure of thermal losses of walls and their heat capacity.

The principle of these detectors consists in the determination of the transverse gradient to which is submitted an auxiliary layer crossed by the heat flow to measure. First heat flowmeters of this type have been achieved at the CEBTP (Centre Expérimental du Bâtiment et des Travaux Publics) in Paris at the end of the fifties.

Further studies have then been undertaken on this subject at the CEBTP by Maréchal and Devisme, and then in our laboratory by Devisme et al. In the present work, authors describe and improve previous studies.

First, the two sorts of heat flowmeters of "transverse gradient" type, achieved in our laboratory, are described. Their geometrical configuration is a thin plane layer having the shape of a  $50 \times 50 \text{ cm}^2$  square, the active zone being the central  $25 \times 25 \text{ cm}^2$  square. The core of each of these two sorts of flowmeters is made of materials having different thermal properties.

The calibration coefficient  $K$  of a heat flowmeter is measured in steady state with the same apparatus used to determine the thermal conductivity with the hot plate method. The thermal resistance  $R'$  is also determined with the previous method. The heat capacity  $S'$  is deduced from the quantity of heat stored in the central square of the sensor when this one evolves from an initial isothermal state to an other final isothermal state.

Numerical values of the calibration factor  $K$  as well as those of  $R'$  and  $S'$  with derived quantities: time characteristic  $\tau' = R'S'$  and thermal effusivity  $b' = (1/s)\sqrt{S'/R'}$  are presented in *table I*.  $s$  is the area of the active zone.

Two main problems are found in the measurement of the heat flow:

- when inserted in a calorific circuit, the presence of the heat flowmeters causes a *perturbation*;
- their calibration being undertaken in steady state, it is necessary to make a *correction* to their indications in variable state.

To solve these problems, the authors propose to use a simplified model in which a heat flowmeter is considered like a homogeneous thin layer having the same thermal resistance  $R'$  and the same heat capacity  $S'$  as the heat flowmeter itself. Thereby, we are leaded to solve the problem of the heat transfer through the heat flowmeter and through the wall against which the sensor is placed. The solution, which is also presented in the matrix form, allows us to find the induced perturbation and to determine the correction to make to the heat flux indication in variable state.

The decreasing exponential solicitation and the sinusoidal solicitation are studied from the theoretical point of view. The experimental study is undertaken with the sinusoidal thermal signal for the two following cases:

- elementary case 1: a heat flowmeter in contact with a homogeneous wall (*figure 2*),
- variant 1' of case 1: a heat flowmeter in contact with each of the two faces of a homogeneous wall (*figure 5*).

The analysis of the experimental results shows that the theoretical simplified model proves to be sufficient considering that there is quite a good agreement between experimental and corrected theoretical values (*figures 8 and 9*).

The results presented in this paper also allow one to precise the choice of the material to use in order to construct a heat flowmeter.